

רקע:

עדויות לדיפוזיה אנו מוצאים בכל תחומי החיים. ריח עוגה הנאפית בתנור, ריח של בושם, פיזור חלקיקי תרכיז במים, מעבר של גזים בנאדיות הריאה, מעבר מומסים בין הדם לנוזל הבין-תאי וכמובן פרומונים המשמשים לאפיק תקשורת חשוב בכל עולם החי. באמת, ריח משחק תפקיד מאד חשוב בעולם החי, ואחת מתופעות הלוואי ארוכות הטווח של נגיף הקורונה היא תתרנות - חוסר היכולת להריח. שוו בנפשכם עולם שבו אתם פתאום לא יכולים להריח! מכאן שאם נתייחס לדיפוזיה בתחומי הלימוד השונים, הרי שלפנינו למידה בין-תחומית.

בדרך כלל, הוראת דיפוזיה מתבצעת בצורה איכותית על ידי הדגמות, למשל פיזור בושם ברחבי הכיתה ובדיקה מי מהתלמידים מריח אותו ראשון, או הדגמת תהליכי פלסמוליזה ודפלוזמוליזה בתאי בצל. הדגמות אלה הן חשובות מאד, אך ביחידה זו, נרצה להציע דרך לעסוק בנושאים אלו בצורה בין-תחומית. באופן ספציפי, נשאף לקשר בין היבטים המתמטיים של תהליך הדיפוזיה לבין היבטים ביולוגיים שונים.

דיפוזיה היא תופעה פיזיקלית המתארת פיזור של מולקולות בכיוון מפל הריכוזים שלהן, מהריכוז הגבוה לריכוז הנמוך. דיפוזיה מתרחשת בצורה ברורה בנוזלים ובגזים, אולם דיפוזיה איטית מתרחשת גם במוצקים. תהליך הדיפוזיה מתבסס על התנועה הבראוונית של החלקיקים. את התנועה הבראוונית גילה הבוטנאי רוברט בראון בשנת 1827. בראון הבין בעת שהתבונן על תנועת אבקנים בנוזל, שהתנועה האקראית שלהם תלויה בתנועה האקראית של מולקולות המים הגדולות מהן בהרבה. מכאן, שחלקיקים בתווך מסוים יטו להתפזר באופן שווה בכלי. אבל אם באזור מסוים בכלי, ריכוז החלקיקים גדול פי 10 מאזור אחר בכלי, הרי שההסתברות שחלקיק יעבור מהאזור הצפוף ביותר לאזור הפחות צפוף גדולה גם כן פי 10.

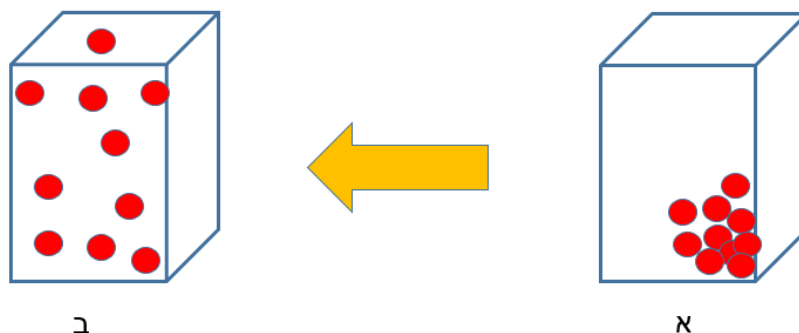
חוק הדיפוזיה על שם פיק

חוקי הדיפוזיה הידועים כ-Fick's laws, הם משוואת מתמטיות המתארות כיצד חלקיקים הנמצאים בתנועה אקראית נוטים להתפזר בכיוון מפל הריכוזים, מהמקום בו הריכוז שלהם גבוה למקום בו הריכוז שלהם נמוך יותר. החוקים מתארים גם את הקשר בין קצב הדיפוזיה לשלושת הגורמים המשפיעים עליה. לחוק שימושים רבים בתעשייה, ברפואה, ביולוגיה, והנדסה.

$$J = -D \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

משוואה 10: חוק פיק הראשון. J הוא מדד השטף של החלקיקים. D מקדם דיפוזיה, ΔC הפרש הריכוזים, Δx = מרחק הדיפוזיה. הסימן השלילי מבטא את זה שהדיפוזיה נוטה להקטין את הריכוז הגבוה ולהגדיל את הריכוז הנמוך.

חשוב לזכור שתהליך הדיפוזיה הוא תהליך אקראי, המולקולות אינן "שואפות" לנוע ממקום אחד למקום אחר, אלא הן נמצאות בתנועה מתמדת ואקראית. מכאן ניתן להבין מדוע למפל הריכוזים יש השפעה על קצב הדיפוזיה (תרשים 3). נתבונן בכלי המתואר תרשים 3. בתחילת הניסוי מרוכזות כל המולקולות בצד אחד של הכלי. מכיוון שהתנועה של המולקולות היא אקראית וספונטית, ההסתברות של המולקולות להישאר באותה הנקודה היא אפסית. כמו כן, בגלל שבצד הנגדי של הקופסה אין חלקיקים כלל, הרי שקיימת הסתברות גדולה יותר של תנועה לכיוון החלל הריק, מאשר אל האזור המלא בחלקיקים.



איור 17: דיפוזיה של חומר X. א) המצב ההתחלתי - כל המולקולות של חומר X נמצאות בפינה אחת של הכלי. ב) המצב הסופי - המולקולות מפוזרות בחלל בצורה שווה.

למה תאים קטנים?

חוקי הדיפוזיה שזה עתה הזכרנו עוזרים לנו להבין את מגבלת גודל התא של יצורים חיים, ואפילו את מגבלת גודלם הסופי של יצורים שונים.

תאים הם היחידה התפקודית הבסיסית המקיימת את מאפייני החיים. כדי שיוכלו להתקיים חיים, חשוב לשמור על סביבה מבוקרת בה מתקיימים התהליכים הביולוגיים. דבר זה מושג בכל עולם החי בעזרת תאים המוקפים בממברנה (קרום תא) שמפרידה בין תוך התא לבין התנאים השוררים מחוץ לתא. ממברנת התא מאפשרת רק לחומרים מסוימים לעבור אל תוך התא או מחוצה לו. חומרים אלה נכנסים ויוצאים מהתא בתהליך הדיפוזיה. ניתן היה להניח אם כך, שככל שנגדיל את התא, כך יגדל שטח הפנים ואתו קצב הדיפוזיה. אבל חשוב לבחון מה קורה לנפח של תא כאשר שטח הפנים שלו גדל. נתייחס אל תאים כאל מבנים כדוריים, ונבחן כיצד הגדלת קוטר התא משפיעה על היחס בין שטח הפנים לנפחו (טבלה 4).

ניתן לראות בטבלה 4, שככל שהרדיוס גדל היחס בין שטח הפנים לבין הנפח של היצור הולך וקטן. לכן יצורים מיקרוסקופיים כמו חד תאיים להם יחס שטח פנים לנפח גדול יכולים להסתפק בדיפוזיה לסיפוק הדרישות המטבוליות שלהם. לשם המחשה הזמן שהיה צפוי למולקולת חמצן לעבור מרחק של $1\mu\text{m}$, שהוא האורך של חיידק ממוצע, הוא בערך 238 מיקרו שניה. לעומת זאת מרחק של 1 ס"מ הייתה עוברת המולקולה במעל 6 שעות!

טבלה 4: השפעת רדיוס הכדור על היחס בין שטח הפנים לבין נפחו.

R=3	R=2	R=1	נוסחה	
36π	16π	4π	$4\pi R^2$	שטח פנים של כדור
$\frac{36\pi}{3}$	$\frac{32\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{4\pi R^3}{3}$	נפח של כדור
1	1.5	3	$\frac{3}{R}$	יחס בין שטח הפנים לבין הנפח

עם התפתחותם של יצורים רב תאיים, היחס בין שטח הפנים לנפח קטן ומרחק הדיפוזיה גדל מכאן שהיה על בעלי החיים הגדולים והפעילים, לפתח פתרונות נשימתיים מורכבים יותר. אלה כללו התפתחותן של מערכות הובלה ואברי נשימה כמו ריאות (איור 18).



איור 18: התפתחות מערכות נשימה בחולייתנים. בעוד שדיפוזיה הספיקה לחסרי חוליות קטנים. חיים ביבשה חייבו התפתחות מגנוני נשימה מורכבים יותר בדרך כלל בצורה כלשהי של ריאות.

פרק ראשון - שיעורים בנושא הדיפוזיה

שיעור 1 - חוקרים דיפוזיה

בתום השיעור התלמיד:

- ידע לקשר בין תופעות יום-יומיות לבין תופעת הדיפוזיה
- ידע להסביר את הקשר בין מפל הריכוזים להשפעתו על קצב הדיפוזיה.

חלק ראשון - פתיחה בהדגמות

- פזר בושם בכיתה ובקש מהתלמידים להרים יד בהתאם לסדר שבו הם מריחים את הבושם. הוסף מים חמים וקרים לכוס עם תיון תה ובקש מהתלמידים לתאר את המתרחש.
- הצג לתלמידים דוגמאות כמו: נמלים נעות בשביל, ריח עוגה הנאפית בתנור, ועוד, ושאל אותם מה לדעתם משותף לתהליכים.
- פזר חלקיקי אבקה, בכוס מים, בקש מהתלמידים לתאר את המתרחש. שאל אותם מה לדעתם מזיז את החלקיקים? מדוע הם זזים באופן שבו הם זזים.

חלק שני - מדגימים תנועה בראונית

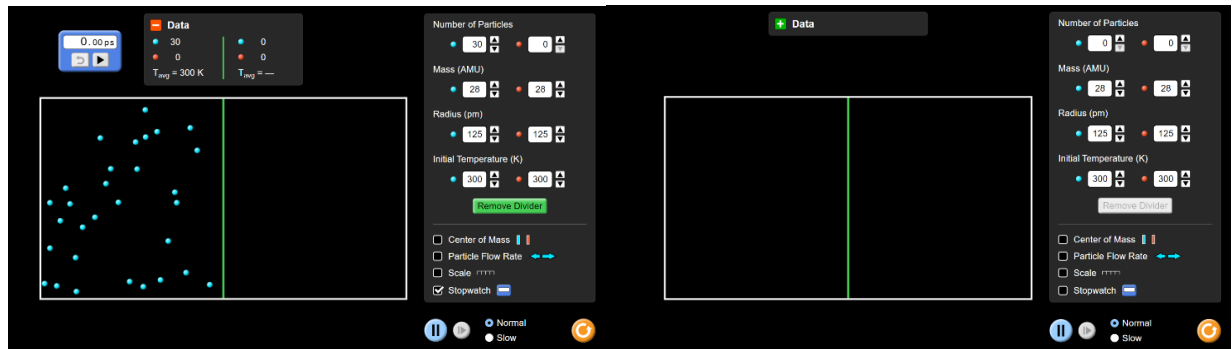
- הנח על ראשי התלמידים בלון אחד מנופח מהסוג הגדול ביותר שתמצא. בקש מקבוצה של תלמידים לצלם ולתעד את המתרחש.
- חזור על התהליך עם כמה בלונים גדולים.

סיכום והסבר לתלמידים

תנועה בראונית מתארת תנועה של חלקיקים קטנים הצפים על פני נוזל או שוקעים בתוכו. לצורך העניין גם גזים וגם נוזלים (liquids) מוגדרים כנוזלים (fluids). תנועתם וכיוון תנועתם של החלקיקים הקטנים תלוי בהתנגשויות שהם חווים מהחלקיקים הגדולים בתווך בו הם נמצאים. אנחנו יכולים להגיד שתנועה בראונית מתארת בצורה מיקרוסקופית את מה שקורה בצורה מקרוסקופית בתהליך הדיפוזיה, למשל דיפוזיה של מזהמים באטמוספירה. בהדגמה שלנו, ראשי התלמידים היוו את "הנוזל" והבלונים דימו את החלקיקים. על ידי תנועת ראשי התלמידים ניתן היה להבחין בתנועה האקראית של הבלונים.

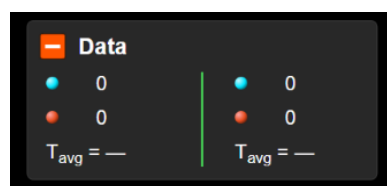
חלק שלישי - חוקרים דיפוזיה בעזרת סימולציה

1. הפעילות את הסימולציה הבאה מאתר PHET.



א. שנו את מספר החלקיקים הכחולים על ידי לחיצה על החץ הכחול ליד החלקיק המתאים. לחצו על לשונית

Data כך שיפתח המסך הבא



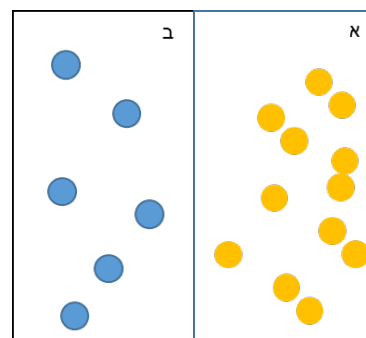
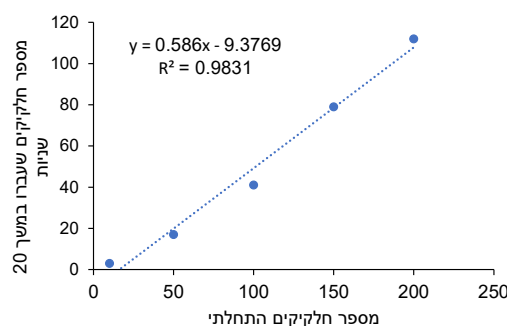
ב. הפעילו את הסימולציה, ואת שעון העצר, הסירו את המחסום המחלק שני השני התאים. .

ג. בכל הפעלה שנו את מספר החלקיקים ההתחלתי וספרו את מספר החלקיקים הכחולים שהגיעו לתא השני לאחר זמן קבוע של 20 שניות.

ד. אספו את נתוני כל הקבוצות והציגו את הקשר בין הכמות ההתחלתית של החלקיקים לבין מספר החלקיקים שהגיעו לתא השני לאחר 20 שניות.

שיעור 1 - תוצאות למורה

במשימה זו רצינו לבדוק למה הכוונה במושג "מפל ריכוזים". ראינו שככל שההפרש בין כמות החלקיקים הכחולים שנמצאה בכל תא היה גדול יותר, מספר החלקיקים שעבר בפרק זמן נתון היה גבוה יותר (איור 19 א'). הסיבה לכך היא הסתברותית. כלל שיש יותר חלקיקים בצד אחד, הסיכוי שמי מהם יעבור לצד אחר הוא גדול יותר. נתבונן באיור 19 ב'. מספר החלקיקים בתא א' גדול פי-2 מזה שבצד ב'. מכאן שלחלקיקים הכתומים יש סיכוי כפול פי שניים לעבור לתא ב' בו נמצאים החלקיקים הכחולים.



איור 19 א', ב' (א) השפעת מספר החלקיקים ההתחלתי על קצב הדיפוזיה. (ב') ההסתברות שחלקיקים יעברו מתא א' לתא ב' כפולה מאחר ויש כמות כפולה שלהם.

שיעור 2 - למה תאים קטנים?

העקרונות שלמדנו על חוקי הדיפוזיה רלוונטיים מאד לשאלה מדוע התאים קטנים. היצורים החד-תאים הראשונים שהתפתחו בסביבה המימית היו תלוי לגמרי בתהליכים דיפוזיים כדי לספק את צרכיהם האנרגטיים.

בתום השיעור התלמיד:

- ידע לחשב את שטח הפנים והנפח של כדור.
 - ידע לחשב את היחס בין שטח הפנים לבין הנפח של כדור.
 - יסביר את הקשר בין קצב דיפוזיה לבין הגדלת היחס בין שטח הפנים לבין הנפח.
- ידע קודם נדרש: אין.

חלק ראשון

1. פתחו את [היישומון](#):

2. שנו את ערכי הרדיוס של הכדור וארגנו בטבלה את הנתונים המתקבלים עבור כל אחד מהרדיוסים שבחרתם.

א. הגדירו את עמודות הטבלה

ב. תנו כותרת לטבלה.

חלק שני

3. צרו תרשים המתאר את הקשר בין רדיוס הכדור לבין היחס בין שטח הפנים לבין הנפח שלו.

4. תארו את התרשים והסבירו תוך שימוש בתרשים, מדוע גודלם של התאים הוא מאד קטן.

חלק שלישי

עקרון הגדלת היחס בין שטח הפנים לבין הנפח בא לידי ביטוי במערכות ביולוגיות רבות: במערכת העיכול, מערכת הנשימה, מבנה העלים של צמחים שונים ועוד. בחרו בדוגמה אחת מתוך רשימה זו או הציעו דוגמה משלכם והסבירו כיצד בא לידי ביטוי העקרון של הגדלת היחס בין שטח הפנים לבין הנפח ומה היתרון התפקודי בכך. אם ניתן, הציגו נתונים מספריים.

שיעור 3 - מעשה בתולעת

בתום השיעור תדע:

1. לבטא את הקשר בין שטח פנים של התולעת לקצב הדיפוזיה של החמצן דרכה בצורה מתמטית.

2. לבטא את הקשר בין נפח התולעת לבין קצב צריכת החמצן של התולעת בצורה מתמטית.

3. לנסח כלל מתמטי המגדיר באילו תנאים תוכל התולעת לשרוד.

חלק ראשון

תולעים (earthworms), הן חסרי חוליות השייכות למחלקת הרכיכות. תולעים נמצאות ביבשה, במים מתוקים ואף באוקיינוסים. חלק מהמינים טפילים ומזיקים לאדם או לבעלי חיים ואחרים חשובים לאזורור הקרקע ומהווים מרכיב חשוב בשרשרת המזון. צריכת החמצן של תולעת היבשה (*Lumbricus terrestris*) נעשית דרך העור. מערכת הובלה פנימית הכוללת מספר לבבות מובילה את החמצן לתאים. יחד עם זאת, התאים שקולטים את החמצן נמצאים קרוב לעור, בעוד ששאר התאים ממלאים את גוף התולעת. מכאן, שעל מולקולות החמצן לעבור מרחק דיפוזיה גדול כדי

להגיע לכל אחד מתאי הגוף. אחד הגורמים שישפיע על קצב קליטת החמצן על ידי התולעת הוא היחס בין שטח הפנים של התולעת לבין הנפח שלה. לתולעת יבשה ממוצעת יש את הממדים הבאים:

מסה	אורך	רוחב	שטף כניסת חלקיקים דרך עור התולעת	קצב צריכת חמצן לגרם תולעת לשעה
3.7 גרם	12 ס"מ	0.64 ס"מ	$A= 2.4 \text{ nmole O}_2/\text{mm}^2$	$B= 0.98 \text{ }\mu\text{mole O}_2/\text{g}$

1. פתחו את היישומן:
2. שנו את ערכי הרדיוס בהתאם לטבלה והשלימו את התוצאות המתקבלות.
3. הציגו בעזרת תרשים את כמות החמצן הנקלטת דרך עור התולעת, ואת סך החמצן שצורכת התולעת כתלות ברדיוס שלה.
4. האם שני הגרפים מצטלבים?
5. הסבירו מה משמעות ההצטלבות ומה ההשלכות שלה.

טבלה 1:

אורך (H)	רדיוס (r)	יחס בין שטח הפנים לבין הנפח	צריכת חמצן לתולעת	כניסת חמצן לתולעת
12	0.1	20	0.35	18.10
12	0.5			
12	1			
12	1.5			
12	2			
12	2.5			
12	3			
12	3.5			
12	4			
12	4.5			
12	5.5			
12	6.5			

חלק שני

חישובו על דרך מתמטית באמצעותה תוכלו להגדיר מהו התנאי שעבורו התולעת תוכל לשרוד. לשם כך העזרו בנתונים הבאים:

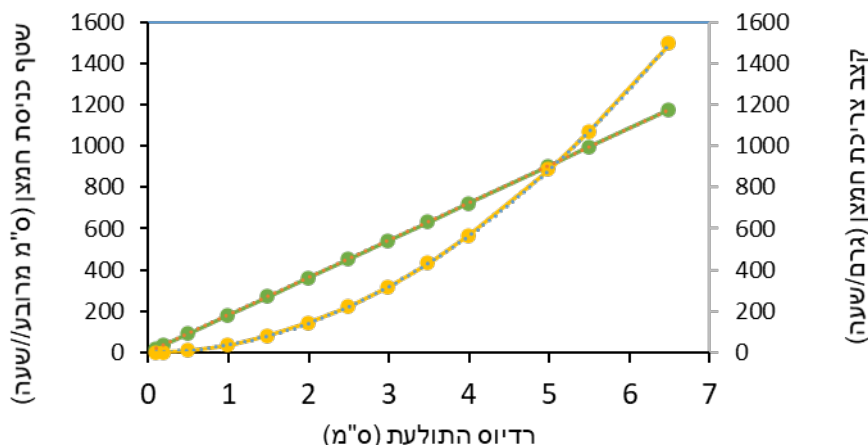
1. שטח הפנים של יצור גלילי בעל רדיוס R ואורך h הוא $2\pi Rh=S$
2. הנפח של יצור כזה יהיה $\pi R^2h=v$
3. המסה של יצור כזה תהיה: $m=\pi R^2hd$, כאשר d היא הצפיפות שלו.
4. שטף הכניסה של החמצן דרך העור מחושב על ידי הכפלת שטף הכניסה (A) בשטח הפנים של התולעת.
5. קצב צריכת החמצן של התולעת מחושב על ידי הכפלת קצב הצריכה (B), במסה של התולעת.

טבלה זו מפרטת את הנתונים בעזרתם פתחנו את האפליקציה. ניתן כמובן לבצע את המשימה בעזרת גליון אקסל. כמו כן, ניתן לחשוב מה תהיה ההשפעה של שינוי בשטף כניסת החמצן או קצב כניסתו על התולעת.

טבלה 1: השפעת רדיוס התולעת על קצב כניסת חמצן בתולעת יבשה.

אורך H	רדיוס r	צפיפות d	π 3.14	שטח פנים $2\pi rh$	נפח $\pi r^2 h$	מסה $\pi r^2 h d$	יחס שטח / פנים נפח	צריכת חמצן לתולעת קצב צריכה * מסה	שטף לתולעת שטף כניסה * שטח פנים	$2A/Bd$
12	0.1	0.96	3.14	7.54	0.38	0.36	20.00	0.35	1.81	44.29
12	0.5	0.96	3.14	37.70	9.42	9.05	4.00	8.87	9.05	8.86
12	1	0.96	3.14	75.40	37.70	36.19	2.00	35.47	18.10	4.43
12	1.5	0.96	3.14	113.10	84.82	81.43	1.33	79.80	27.14	2.95
12	2	0.96	3.14	150.80	150.80	144.76	1.00	141.87	36.19	2.21
12	2.5	0.96	3.14	188.50	235.62	226.19	0.80	221.67	45.24	1.77
12	3	0.96	3.14	226.19	339.29	325.72	0.67	319.21	54.29	1.48
12	3.5	0.96	3.14	263.89	461.81	443.34	0.57	434.47	63.33	1.27
12	4	0.96	3.14	301.59	603.19	579.06	0.50	567.48	72.38	1.11
12	4.5	0.96	3.14	339.29	763.41	732.87	0.44	718.21	81.43	0.98
12	5.5	0.96	3.14	414.69	1140.40	1094.78	0.36	1072.89	99.53	0.81
12	6.5	0.96	3.14	490.09	1592.79	1529.08	0.31	1498.49	117.62	0.68

1. מהתוצאות עולה כי העלייה ברדיוס התולעת מתבטאת בעלייה לינארית בשטף כניסת החמצן. לעומת זאת, קצב צריכת החמצן עולה בצורה מעריכית ככל שגדל רדיוס התולעת. בנוסף, ניתן לראות כי כל עוד רדיוס התולעת קטן מ 5.5 ס"מ שטף כניסת החמצן גדול מקצב צריכתו. מעבר נקודה זו המגמה מתהפכת (איור 20).



איור 20: השפעת רדיוס התולעת על קצב צריכת החמצן (כתום) ושטף כניסת החמצן (ירוק).

2. כדי שהתולעת תשרוד על שטף כניסת החמצן A להיות גדול מקצב צריכת החמצן B. שטף החמצן תלוי בשטח הפנים וקצב הצריכה של החמצן תלוי במסה של התולעת.

- מכאן שצריך להתקיים: $A(2\pi rh) > B(\pi R^2 hd)$
- נצמצם את R ו h ונקבל: $2A > B(Rd)$
- כלומר כל עוד רדיוס התולעת יהיה קטן מ: $R < 2A/Bd$ התולעת תוכל לשרוד.